

## БИНОМНА ФОРМУЛА. НИЗОВИ

1. Одредити коефицијент уз  $x^{12}$  у биномном развоју  $(x + x^3)^6$ .
2. Одредити члан у биномном развоју  $(x + \frac{1}{x})^8$  који не садржи  $x$ .
3. Да ли постоји члан који не садржи  $x$  у биномном развоју  $(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt[3]{x}})^{12}$ ?
4. Ако је збир коефицијената трећег од почетка и трећег од краја члана у биномном развоју  $(\sqrt[4]{3} + \sqrt[3]{4})^n$ ,  $n \in \mathbb{N}$ , једнак 2862, одреди број рационалних чланова у том развоју.
5. Ако је збир биномних коефицијената у развоју  $(\sqrt[3]{3} + \sqrt{2})^n$ ,  $n \in \mathbb{N}$ , једнак  $2^{2004}$ , одреди број рационалних чланова у том развоју.
6. Одреди  $n$  ако су коефицијенти петог и деветог члана развоја  $(1 + x)^n$  једнаки.
7. Колико је ирационалних чланова у биномном развоју  $(\sqrt[4]{2} + \sqrt{3})^{100}$ ?
8. Одредити члан у развоју бинома  $(\sqrt[3]{\frac{a}{\sqrt{b}}} + \sqrt{\frac{b}{\sqrt[3]{a}}})^{21}$ ,  $a > 0$ ,  $b > 0$ , који садржи  $a$  и  $b$  са истим степеном.
9. У скупу природних бројева решити једначину  $12 \binom{x}{1} + \binom{x+4}{2} = 96$ .
10. У скупу природних бројева решити неједначину  $\binom{13}{x} < \binom{13}{x+2}$ .
11. Одредити све природне бројеве  $x$  и  $y$ , такве да је  $\binom{x+1}{y} : \binom{x}{y+1} : \binom{x}{y-1} = 6 : 5 : 2$ .
12. Збир другог и десетог члана опадајуће аритметичке прогресије је 8, а производ тих чланова је 12. Одредити збир првих 15 чланова те прогресије.
13. Збир прва три члана аритметичке прогресије је 42, а збир првих шест чланова је 48. Одредити  $S_{10}$ .
14. Збир првог и седмог члана аритметичке прогресије је 7. Одредити збир трећег и петог члана те прогресије.
15. Између  $-2$  и  $46$  уметнути 15 бројева, тако да је разлика свака два узастопна броја иста, па одредити збир тих седамнаест бројева.
16. У аритметичком низу је  $a_n = m$  и  $a_m = n$ ,  $n \neq m$ . Одредити  $a_p$ .
17. Одредити збир првих сто природних бројева који при дељењу са 5 дају остатак 1.
18. За које вредности  $x$  бројеви  $\log 2$ ,  $\log(2^x - 1)$  и  $\log(2^x + 3)$  у датом редоследу чине аритметички низ?
19. У геометријској прогресији количник је 2, а збир првих седам чланова једнак је 635. Одредити  $a_7$ .
20. У геометријском низу збир првог и петог члана је 51, а збир другог и шестог члана је 102. Ако је збир првих  $n$  чланова 3069, одредити  $n$ .
21. Збир свих чланова бесконачног геометријског низа  $2a + a\sqrt{2} + a + \dots$  једнак је 8. Одредити број  $a$ .
22. За  $x = \frac{\pi}{3}$  одредити збир  $1 + \cos x + \cos^2 x + \cos^3 x + \dots$ .

- 23.** Геометријска прогресија има паран број чланова. Збир чланова на непарним позицијама је 85, а збир чланова на парним позицијама је 170. Одредити количник те прогресије.
- 24.** Нека су  $a_1, a_2, a_3, a_4$  узастопни чланови растућег аритметичког низа, а  $b_1, b_2, b_3, b_4$  узастопни чланови геометријског низа. Ако је  $a_1 = b_1 = 1$ ,  $a_2 = b_2$ ,  $b_3 - a_3 = 1$ , одредити  $b_4 - a_4$ .
- 25.** Бројеви  $a, b$  и  $c$  су узастопни чланови растућег аритметичког низа, а бројеви  $a, b, c + 1$  су узастопни чланови геометријског низа. Одредити вредност израза  $a^2 + b^2 + c^2$ , ако је  $a + b + c = 18$ .
- 26.** Збир три броја је 14. Ако се средњи повећа за 1, добија се аритметички низ, а ако се средњи смањи за 1, добија се геометријски низ. Одредити те бројеве.
- 27.** Странице правоуглог троугла образују растући геометријски низ, а једна катета једнака је 2. Одредити обим троугла.